



وقتی «مجموعه‌ها» به «شمارش» و «هندسه» مرتبط می‌شوند نمودار ون برای چند مجموعه

سپیده چمن آرا • تصویرگر پی نما: سعید رزاقی



داری چی کار می‌کنی؟

دارم مسئله‌های ریاضی‌ام رو حل می‌کنم. مجموعه‌ها...



رضا دانش آموز کلاس نهم است. خواهر بزرگ او، سپیده، تازه دبیرستان را تمام کرده و وارد دانشگاه شده است. سپیده در رشته «ریاضی» در دانشگاه درس می‌خواند.



بین این رو درست حل کردم؟



مجموعه‌ها؟! یادش بخیر! نمودار ون...

آره، آره کمکم می‌کنی؟



پس این شکلی که من کشیدم، واقعا به درد نمی‌خوره؟! چون هیچ فرقی با اینکه عضوها رو تو آکولاد نوشته باشم، نداره؟!؟

نمودار می‌کشیم که بتونیم وضعیت کلی مجموعه‌ها رو نسبت به هم و اعضای اون‌ها رو راحت‌تر ببینیم.



بین رضا، این نمودار، نمودار مناسبی نیست، چون نشون نمی‌ده که A و B عضوهای مشترکی دارند. اصلا می‌دونی هدف از کشیدن نمودار برای مجموعه‌ها چیه؟



خب آره!

ببین، وقتی یک مجموعه مثل A داری، یک شیء دلخواه از اون دنیایی که اون مجموعه از اون اومده، دو حالت می تونه داشته باشه: یا اون شیء عضو A هست یا عضو A نیست. پس باید برای A ، یک شکل بسته بکشی که صفحه رو به دو ناحیه تقسیم بکنه: درون شکل و بیرون شکل.

این کار رو برای هر مجموعه باید بکنیم یک شکل بسته که صفحه رو دو قسمت کنه: درون و بیرون شکل.

مشغولت چیه؟ همه حالت های ممکن؟

برای اینکه بتونی وضعیت دو تا مجموعه A و B رو کاملاً مشخص کنی، باید طوری شکل های A و B بکشی که تمام حالت های ممکن رو بتونی روی شکل نشون بدی

B	A
هست	نست
نست	هست
نست	نست

خب بذار ببینم: اگر دو تا مجموعه داشته باشیم مثل A و B ، برای اشیای اون؟ چند وضعیت داریم؟ می تونند عضو هر دوتای اون ها باشند؛ می توند فقط عضو یکی از اون ها باشند؛ ممکنه که عضو هیچ کدوم نباشند. می شه سه حالت!

... و درون شکل اشیایی رو می نویسیم که عضو A هستند و بیرونش اون هایی رو می نویسیم که عضو A نیستند.

تقریباً درست گفتی. ولی توجه نکردی که اگر شیء بخواد فقط عضو یکی از اون ها باشه، باید معلوم باشه عضو کدوم یکی. پس خودش می شه دو حالت: عضو A باشه، ولی عضو B نباشه یا عضو B باشه ولی عضو A نباشه.

اول یک شکل بسته برای A می کشم

بعد باید شکل بسته برای B بکشم، ولی کجا؟

مثل تمرین من خب چجوری بکشمش؟ بذار ببینم ...



این جا همیشه! اون هایی که عضو هر دو تا مجموعه هستند....



این جا همیشه! اون هایی که عضو A هستند ولی عضو B نیستند....



این جا همیشه! اون هایی که عضو A نیستند ولی عضو B هستند....



و بالاخره اون هایی که عضو هیچ کدوم نیستند و بیرون دو تا شکل قرار می گیرند.



حالا بیا برای این مجموعه ها شکل بکش!



می تونم!



بذار ببینم! همه عدد هایی که توی این چهار تا مجموعه داریم، از یک تا شانزده هستند. بگذار یک جدول بکشم ببینم وضع این عددها چه جوریه؟

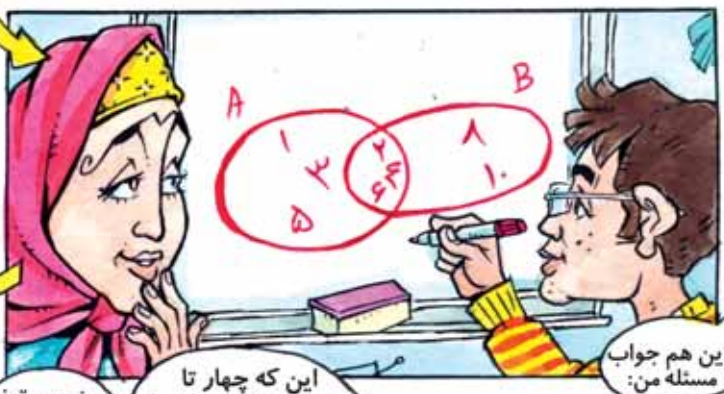


آهان! برای اینکه B رو بکشیم از بیرون A شروع می کنیم و می ریم داخل A

... و دوباره بر می گردیم بیرون A، به طوری که A دو قسمت بشه

و شکل رو می بندیم...

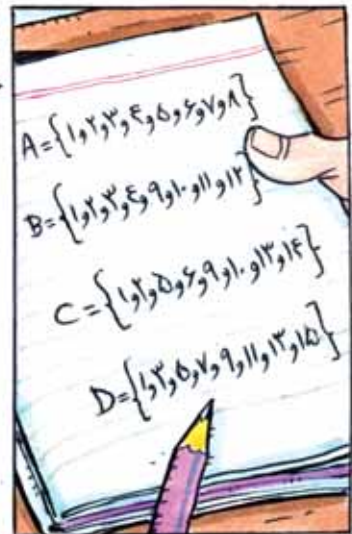
... برای اینکه بتونیم توی A هم اشیایی رو نشون بدیم که عضو B هستند و هم اشیایی رو که توی B هستند، مثل سطرهای اول و دوم جدولی که برات کشیدم.



و این هم جواب مسئله من:

این که چهار تا مجموعه شد، مسئله ما حداکثر سه مجموعه داشت!

ببینم می تونی این رو حل کنی؟



$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$
 $B = \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 10, 11, 12\}$
 $C = \{1, 3, 4, 6, 9, 10, 13, 14\}$
 $D = \{1, 3, 4, 6, 9, 10, 11, 13, 15\}$



سه تا مجموعه رو این طوری می کشیم که حالت های ممکن رو نشون بده...

مجموعه ها	A	B	C	D
۱	✓	✓	✓	✓
۲	✓	✓	✓	—
۳	✓	✓	—	—
۴	✓	✓	—	—
۵	✓	—	✓	✓
۶	✓	—	✓	—
۷	✓	—	—	✓
۸	✓	—	—	—
۹	—	✓	✓	✓
۱۰	—	✓	✓	—
۱۱	—	✓	—	✓
۱۲	—	✓	—	—
۱۳	—	—	✓	✓
۱۴	—	—	✓	—
۱۵	—	—	—	✓
۱۶	—	—	—	—



چه جدول یا مزه ای شد سپیده، چه هوشمندانه این سوال رو طراحی کردی! خودم می دونم



بعد داخل ABC و بعد داخل C و بعد داخل ABC.



می رم داخل مجموعه A بعد داخل قسمت A ∩ B بعد داخل مجموعه B.

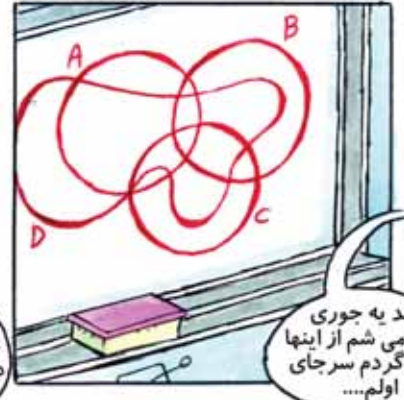


حالا می خوام مجموعه چهارم رو بکشم از اینجا شروع می کنم



حالا عدد ها رو بذارم تو شکل... اما ۲ رو کجا بذارم؟ آهان! آخه چمی که برای D می کشیدم، اصلا قسمت A ∩ B ∩ C رو دو قسمت نکردم! پس دوباره باید شکل رو اصلاح کنم!

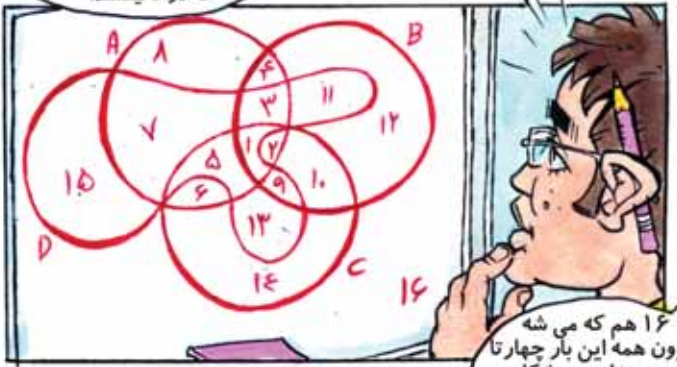
این طوری هر قسمتی از حالت های ممکن سه تا مجموعه، دو قسمت شده؛ یکی اون هایی که در D هستند، یکی اون هایی که در D نیستند.



و بعد به جوری که بر گردم سر جای اولم...



سپیده! سپیده! حل شد! حل شد!



۱۶ هم که می شه بیرون همه این بار چهار تا مجموعه! عجیب شکل کج و کوله ای شد!